Resolução comentada - LISTA 10

01. Primeiramente temos que $\binom{4}{2}=\frac{4!}{2!\cdot 2!}=6$, logo $\binom{\binom{4}{2}}{3}=\binom{6}{3}=\frac{6!}{3!\cdot 3!}=20$.

02. Temos 2 possibilidades:

1° Caso: $2x-8=x+9 \Rightarrow x=17$.
2° Caso: $2x-8+x+9=10 \Rightarrow x=3$.

Satisfazendo as condições de existência para um número binomial, devemos ter $x=17$. Portanto, $S=\{17\}$.

03.

$$\binom{x+2}{2}=\binom{3x+1}{1}$$

$$\frac{(x+2)!}{[(x+2)-2]!\cdot 2!}=\frac{(3x+1)!}{[(3x+1)-1]!\cdot 1!}$$

$$\frac{(x+2)!}{[x]!\cdot 2}=\frac{(3x+1)!}{[3x]!}$$

$$\frac{(x+2)\cdot(x+1)\cdot x!}{[x]!\cdot 2}=\frac{(3x+1)\cdot(3x)!}{[3x]!}$$

$$\frac{(x+2)\cdot(x+1)}{2}=\frac{(3x+1)}{1}$$

$$x^2+3x+2=6x+2$$

$$x^2-3x=0$$

$$x=0 \text{ ou } x=3$$

Satisfazendo as condições de existência para um número binomial, devemos ter $x=0$ ou $x=3$. Para o número binomial $\binom{2x-1}{2}$ existir devemos tomar $x=3$, valendo $\binom{2\cdot 3-1}{2}=\binom{5}{2}=\frac{5!}{3!\cdot 2!}=10$. Gabarito B.

04. Se $\binom{11}{4x}$ e $\binom{x+3y}{y}$ são complementares, então possuem mesmo numerador e a soma dos denominadores é igual ao numerador: $\begin{cases} x+3y=11 \\ 4x+y=11 \end{cases}$. Do sistema, segue que $x=2$ e $y=3$. Logo, $\binom{11}{4x}=\binom{11}{4\cdot 2}=\binom{11}{8}=\frac{11!}{(11-8)!\cdot 8!}=\frac{11!}{3!\cdot 8!}=165$. Gabarito A.

05. Temos 2 possibilidades:

1° Caso: $x^2 = 2x \Rightarrow x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x \cdot (x-2) = 0 \Rightarrow x = 0$ ou $x - 2 = 0 \Rightarrow x = 0$ ou $x = 2$.

2° Caso: $x^2 + 2x = 6 \Rightarrow x^2 + 2x - 6 = 0 \Rightarrow x = -1 \pm \sqrt{7}$.

Satisfazendo as condições de existência para um número binomial, devemos ter $x = 0$ ou $x = 2$, dois valores. Gabarito B.