Resolução comentada – Lista 06

25.
b)

$$2\cdot 3^x+\frac{3^x}{2}-3^x=\frac{1}{2}$$

Fazendo a mudança de variável $3^x=y$, temos

$$2y+\frac{y}{2}-y=\frac{1}{2}$$

Multiplicando toda a igualdade por 2

$$2y\cdot 2+\frac{y}{2}\cdot 2-y\cdot 2=\frac{1}{2}\cdot 2$$

$$4y+y-2y=1$$

$$3y=1$$

$$y=\frac{1}{3}$$

Voltando para a variável original, temos

$$3^x=\frac{1}{3}$$

$$3^x=3^{-1}$$

$$x=-1$$

Portanto, $S=\{-1\}$.

c)

$$5^{x+1}-5^x=12+8\cdot 5^{x-1}$$

$$5^x\cdot 5^1-5^x=12+8\cdot\frac{5^x}{5^1}$$

Fazendo a mudança de variável $5^x=y$, temos

$$y\cdot 5-y=12+8\cdot\frac{y}{5}$$

Multiplicando toda a igualdade por 5

$$5y\cdot 5-y\cdot 5=12\cdot 5+8\cdot\frac{y}{5}\cdot 5$$

$$25y-5y=60+8y$$

$$12y=60$$

$$y=5$$

Voltando para a variável original, temos

$$5^x=5$$

$$5^x=5^1$$

$$x=1$$

Portanto, $S=\{1\}$.

d)

$$4^x - 2^{x+1} = 8$$
$$\left(2^2\right)^x - 2^x \cdot 2^1 = 8$$
$$\left(2^x\right)^2 - 2^x \cdot 2 = 8$$

Fazendo a mudança de variável $2^x = y$, temos

$$y^2 - 2y = 8$$
$$y^2 - 2y - 8 = 0$$

Resolvendo a equação do 2° grau $y^2 - 2y - 8 = 0$ encontramos $y = 4$ ou $y = -2$. Voltando para a variável original, temos

$$y = 4 \qquad \text{ou} \qquad y = -2$$
$$2^x = 4 \qquad\qquad 2^x = -2$$
$$2^x = 2^2 \qquad\qquad \text{Não existe } x$$
$$x = 2$$

Portanto, $S=\{2\}$.

41.

a)

$$3^{2x+5} \leq 1$$
$$3^{2x+5} \leq 3^0$$
$$2x + 5 \leq 0$$
$$2x \leq -5$$
$$x \leq -\frac{5}{2}$$

Portanto, $S=\left\{x \in \mathbb{R}\,;\, x \leq -\frac{5}{2}\right\}$.

f)

$$2^{x+2} - 2^x > 12$$
$$2^x \cdot 2^2 - 2^x > 12$$
$$2^x \cdot 4 - 2^x > 12$$

Fazendo a mudança de variável $2^x = y$, temos

$$4y - y > 12$$
$$3y > 12$$
$$y > \frac{12}{3}$$
$$y > 4$$

Voltando para a variável original, temos

$$2^x > 4$$
$$2^x > 2^2$$
$$x > 2$$

Portanto, $S = \{ x \in \mathbb{R} \, ; x > 2 \}$.